

<到達目標> 自分の習得状況を定期的にチェックせよ。

- 1 どのようなときに対数微分法を用いればよいかを認識している
- 2 対数微分法を用いて、関数を微分することができる
- 3 様々な微分公式を、対数微分法を用いて導出することができる (教科書P157)

<「 $(\log|x|)' = \frac{1}{x}$ 」(つまり、 $(\log|\bullet|)' = \frac{1}{\bullet} \cdot \bullet'$) を使えるようになろう。>

① 次の関数を微分せよ。

(1) $y = \log|x-2|$ (2) $y = \log|2x+1|$

(3) $y = \log|x^2-4|$ (4) $y = \log|3x-2|$

(5) $y = \log|3x^2+1|$ (6) $y = \log|3-x|$

<『(xの式)*』が沢山あるときは、対数微分法が便利。 $(\log|\bullet|)' = \frac{1}{\bullet} \cdot \bullet'$ を利用しよう。

すると、 $(\log|y|)' = \frac{1}{y} \cdot y' = \frac{y'}{y}$ となるね!>

② 次の関数を微分せよ。

(1) $y = \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^2$ ($x \neq \pm 1$)

(2) $y = \frac{(x+1)^4}{(2x+1)^2}$ ($x \neq -\frac{1}{2}$)

(3) $y = \sqrt[3]{\frac{(x+1)^3}{(x-1)^2(x+2)}}$ ($x \neq 1, -2$)

(4) $y = \sqrt[3]{\frac{2x+1}{x^2-4}}$ ($x \neq \pm 2$)

(5) $y = \frac{(x-1)^3}{x^5(x+1)^7}$ ($x \neq 0, -1$)

(6) $y = \frac{(x+3)^3(x-1)^2}{\sqrt{x+1}}$ ($x \neq -1$)

<『(xの式)(xの式)』のときも、対数微分法で処理!>

③ 次の関数を微分せよ。

(1) $y = x^x$ ($x > 0$)

(2) $y = x^{\log x} \quad (x > 0)$

(3) $y = (\sqrt{x})^x \quad (x > 0)$

(4) $y = (\log x)^x \quad (x > 1)$

(5) $y = (\sqrt[3]{x})^{x^2} \quad (x > 0)$

(6) $y = (1+x)^{\frac{1}{1+x}} \quad (x > 0)$

(7) $y = x^{\sin x} \quad (x > 0)$

(8) $y = (x^2 + x + 1)^x$

<これらの公式は、実は「対数微分法」で示せたんだね。>

4 次の公式が成り立つことを示せ。

(1) $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1} \quad (\alpha : \text{実数})$

(2) $(a^x)' = a^x \log a \quad (a > 0)$

解答

1	(1)	$\frac{1}{x-2}$	(2)	$\frac{2}{2x+1}$	(3)	$\frac{2x}{x^2-4}$
	(4)	$\frac{3}{3x-2}$	(5)	$\frac{6x}{3x^2+1}$	(6)	$-\frac{1}{3-x}$
2	(1)	$-\frac{8x(x^2+1)}{(x^2-1)^3}$	(2)	$\frac{4x(x+1)^3}{(2x+1)^3}$		
	(3)	$-\frac{x+3}{(x-1)^{\frac{5}{3}}(x+2)^{\frac{4}{3}}}$	(4)	$-\frac{2(x^2+x+4)}{3\sqrt[3]{(2x+1)^2(x+2)^4(x-2)^4}}$		
	(5)	$-\frac{(x-1)^2(9x^2-10x-5)}{x^6(x+1)^8}$	(6)	$\frac{(9x^2+14x+9)(x+3)^2(x-1)}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$		
3	(1)	$x^x(\log x + 1)$	(2)	$2x^{\log x - 1} \log x$		
	(3)	$\frac{1}{2}x^{\frac{x}{2}}(\log x + 1)$	(4)	$(\log x)^x \left\{ \log(\log x) + \frac{1}{\log x} \right\}$		
	(5)	$\frac{1}{3}x^{\frac{x^2}{3}+1}(2\log x + 1)$	(6)	$(1+x)^{-\frac{1+2x}{1+x}} \{1 - \log(1+x)\}$		
	(7)	$x^{\sin x - 1}(x \cos x \log x + \sin x)$	(8)	$(x^2+x+1)^x \left\{ \log(x^2+x+1) + \frac{x(2x+1)}{x^2+x+1} \right\}$		

4 略